

# Cálculo de tensiones en uniones soldadas con costuras de filete asimétricas sometidas a flexión.

H. Hernández Herrera\*, R. Goytisol Espinosa\*, J. Moya Rodríguez\*\*, I. M. Jackson\*.

\*Centro de Estudios y Desarrollo de la Oleohidráulica y la Neumática,

Universidad de Cienfuegos "Carlos Rafael Rodríguez". Carretera a Rodas, km. 4, Cienfuegos, Cuba.

E-mail: ragoyti@fmec.ucf.edu.cu

\*\*Centro de Estudios CAD-CAM-CAE. Universidad "Marta Abreu" de Las Villas, Cuba.

E-mail: jorgemr@fim.uclv.edu.cu

(Entregado el 12 de Septiembre de 2003, aprobado el 27 de enero de 2004)

## Resumen.

En el trabajo se presenta el cálculo de las tensiones de cortante en la sección de la garganta para las uniones soldadas sometidas a flexión con costuras de filete de sección transversal asimétrica cuando el plano de carga no pasa por el centro de flexión o no coincide con los ejes centroidales principales de inercia. Los resultados obtenidos por las expresiones de cálculo propuestas se comparan con los obtenidos por el Método de los Elementos Finitos demostrando de esta manera la validez de las mismas.

**Palabras claves:** Flexión, uniones soldadas, soldadura de filete.

## 1. Introducción.

Ninguno de los autores de Diseño de Elementos de Máquinas consultados [1,2,3,5,6,7,9,11,12,13] contempla la aplicación de la Teoría de los Perfiles de Paredes Delgadas al cálculo de las tensiones tangenciales que surgen en el plano de la garganta de una unión soldada con costuras de filete de perfil en U sometido a flexión transversal, en el cual se presenta la particularidad de que el plano de carga no coincide con el centro de flexión. En este caso, como se verá, la carga provoca en la garganta del cordón no sólo efectos de cortante directo y flexión, sino que al no coincidir el plano de carga con el centro de flexión aparece en el cordón de soldadura un efecto de torsión suplementario.

Tampoco es analizado en la literatura cómo enfrentar el cálculo de una unión soldada con costuras de filete de sección asimétrica sometida a flexión, en la cual el plano de carga no coincide con ninguno de los dos ejes centroidales principales de inercia y por lo tanto la unión está sometida a flexión oblicua.

El objetivo del presente trabajo es proponer metodologías y expresiones para realizar el cálculo de las tensiones de cortante en la sección de la garganta en estos casos particulares de uniones soldadas con costuras de filete sometidas a flexión.

## 2. Cálculo de las tensiones en la sección de la garganta de una unión

### soldada en la cual el plano de carga no coincide con el centro de flexión.

Para ilustrar la metodología en este caso se analizará la unión soldada de un perfil canal según GOST 8240-56 [8], tamaño No. 20 donde  $h_1 = 21$  cm,  $b_1 = 8,1$  cm la longitud de la viga analizada se tomó  $l = 100$  cm, tal como se muestra en la figura 1.

La carga  $P$  provoca sobre el cordón de soldadura una fuerza cortante transversal  $Q = P$  y un momento flector con relación al eje centroidal X-X del cordón igual a:

$$M_f = P \cdot l.$$

La carga  $P$  provoca sobre el cordón de soldadura una fuerza de cortante transversal  $Q = P$  y un momento flector con relación al eje centroidal X-X del cordón igual a:  $M_f = P \cdot l$ .

La tensión tangencial provocada por la fuerza cortante transversal  $Q$  se puede calcular por la ecuación de Zhuravski [4] proyectando convencionalmente el resultado en el plano de la garganta, dividiendo entre  $\cos 45^\circ$ .

$$\tau_Q = \frac{Q \cdot S_x^*}{I_x \cdot c \cdot \cos 45^\circ}$$

En la figura 2a se muestra la sección transversal del cordón de soldadura en el plano paralelo a la carga  $P$  y en la figura 2b la distribución de las tensiones tangenciales en el plano de la garganta calculadas por Zhuravski en la línea media del contorno.

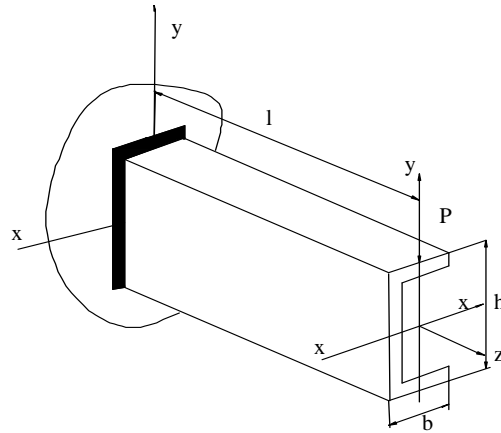


Fig. 1 Perfil canal soldado con una costura de filete en U, sometido a flexión transversal

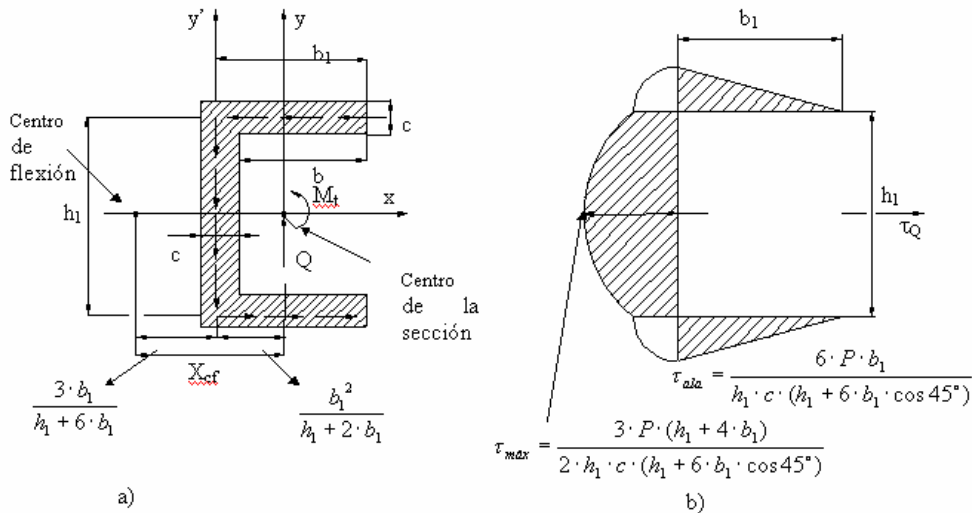


Fig. 2 Perfil del cordón de soldadura y distribución de la tensión tangencial  $\tau_Q$  provocada por la fuerza de cortante transversal Q en el plano de la garganta.

En la figura 2a se muestra también la posición del centro de flexión según Feodosiev [4] para un perfil en U como el analizado. El centro de flexión es aquel punto para el cual el momento de las fuerzas internas tangenciales que surgen en la sección producto de la fuerza cortante transversal Q es igual a cero, o sea, si la fuerza Q se aplicara en el centro de flexión, el perfil abierto asimétrico analizado no se vería sometido a torsión.

En este caso, como la carga Q está aplicada en el centroide de la unión soldada, las tensiones tangenciales que surgen en la sección inducen un momento torsor, cuya magnitud, según la Teoría de la Flexión de Perfiles Abiertos de Paredes Delgadas Asimétricos es igual a:

$$M_t = Q \cdot X_{cf}$$

Donde:

$X_{cf}$  : es la distancia entre el centroide de la sección y el centro de flexión. Esta distancia en este caso, según Feodosiev [6] es:

$$X_{cf} = \frac{4 \cdot b_1^2 (h_1 + 3 \cdot b_1)}{(h_1 + 6 \cdot b_1) \cdot (h_1 + 2 \cdot b_1)}$$

Las tensiones tangenciales suplementarias originadas por la torsión se distribuyen uniformemente a lo largo de toda la periferia del contorno de la sección según las leyes de la Torsión en los Perfiles Abiertos Desarrollables, o sea:

$$\tau_{mt} = \frac{3 \cdot Mt}{c^2 \cdot S \cdot \cos 45^\circ}$$

Donde:

S es la longitud del contorno.

$$S = 2 \cdot b_1 + h_1$$

$$\tau_{mt} = \frac{12 \cdot P \cdot b_1^2 \cdot (h_1 + 3 \cdot b_1)}{c^2 \cdot (h_1 + 6 \cdot b_1) \cdot (h_1 + 2 \cdot b_1)^2 \cdot \cos 45^\circ}$$

En el alma la tensión tangencial resultante será:

$\tau_{alma} = \tau_{max} + \tau_{Mt}$ , o sea:

$$\tau_{alma} = \frac{3 \cdot P \cdot (h_1 + 4 \cdot b_1)}{2 \cdot h_1 \cdot c \cdot (h_1 + 6 \cdot b_1) \cdot 0.707} + \frac{12 \cdot P \cdot b_1^2 \cdot (h_1 + 3 \cdot b_1)}{c^2 \cdot (h_1 + 6 \cdot b_1) \cdot (h_1 + 2 \cdot b_1)^2 \cdot 0.707}$$

$$\tau_{alma} = \frac{3 \cdot P \cdot b_1}{0.707 \cdot c \cdot (h_1 + 6 \cdot b_1)} \left[ \frac{h_1 + 4 \cdot b_1}{2 \cdot h_1 \cdot b_1} + \frac{4 \cdot b_1 \cdot (h_1 + 3 \cdot b_1)}{c \cdot (h_1 + 2 \cdot b_1)^2} \right]$$

Para el perfil analizado se tiene que:

$$\tau_{alma} = \frac{3 \cdot P \cdot 8.1}{0.707 \cdot 1 \cdot (21 + 6 \cdot 8.1)} \left[ \frac{21 + 4 \cdot 8.1}{2 \cdot 21 \cdot 8.1} + \frac{4 \cdot 8.1 \cdot (21 + 3 \cdot 8.1)}{c \cdot (21 + 2 \cdot 8.1)^2} \right]$$

$$\tau_{alma} = 0.493 \cdot P \cdot 1.22 = 0.60 \cdot P$$

$$\tau_{alma} = 301 \text{ kgf / cm}^2$$

En el ala la tensión resultante será:  $\tau_{ala} = \tau_{qala} + \tau_{Mt}$   
o sea:

$$\tau_{ala} = \frac{6 \cdot P \cdot b_1}{h_1 \cdot c \cdot (h_1 + 6 \cdot b_1) \cdot 0.707} + \frac{12 \cdot P \cdot b_1^2 \cdot (h_1 + 3 \cdot b_1)}{c^2 \cdot (h_1 + 6 \cdot b_1) \cdot (h_1 + 2 \cdot b_1)^2 \cdot 0.707}$$

$$\tau_{ala} = \frac{6 \cdot P \cdot b_1}{0.707 \cdot c \cdot (h_1 + 6 \cdot b_1)} \left[ \frac{1}{h_1} + \frac{2 \cdot b_1 \cdot (h_1 + 3 \cdot b_1)}{c \cdot (h_1 + 2 \cdot b_1)^2} \right]$$

$$\tau_{ala} = \frac{6 \cdot P \cdot 8.1}{0.707 \cdot c \cdot (21 + 6 \cdot 8.1)} \left[ \frac{1}{21} + \frac{2 \cdot 8.1 \cdot (21 + 3 \cdot 8.1)}{c \cdot (21 + 2 \cdot 8.1)^2} \right]$$

$$\tau_{ala} = 0.98 \cdot P \cdot 0.577 = 0.56 \cdot P$$

$$\tau_{ala} = 284.94 \text{ kgf / cm}^2$$

En el ala aparece además una tensión tangencial provocada por el momento flector que se calcula convencionalmente por la ecuación de Navier proyectando las tensiones en el plano de la garganta:

$$\tau_{mf} = \frac{M_f \cdot y_{m\acute{a}x}}{I_x \cdot \cos 45^\circ}$$

El momento de inercia de la sección respecto al eje x es:

$$I_x = \frac{c}{12} \cdot (h_1^3 + b_1 \cdot c^2 + 6 \cdot b_1 \cdot h_1^2)$$

Donde:

$$Y_{m\acute{a}x} = \frac{1}{2} \cdot (h_1 + c)$$

Sustituyendo se obtiene:

$$\tau_{mf} = \frac{\frac{P \cdot I \cdot (h_1 + c)}{2}}{c \cdot (h_1^3 + b_1 \cdot c^2 + 6 \cdot b_1 \cdot h_1^2) \cdot 0.707} = \frac{6 \cdot P \cdot I \cdot (h_1 + c)}{c \cdot (h_1^3 + b_1 \cdot c^2 + 6 \cdot b_1 \cdot h_1^2) \cdot 0.707 \cdot 12}$$

Y para el perfil analizado:

$$\tau_{mf} = \frac{6 \cdot P \cdot 100 \cdot (21 + 1)}{c \cdot (21^3 + 8.1 \cdot 1^2 + 6 \cdot 8.1 \cdot 21^2) \cdot 0.707} = 0.62 \cdot P$$

$$\tau_{mf} = \frac{6 \cdot P \cdot 100 \cdot (21 + 1)}{c \cdot (21^3 + 8.1 \cdot 1^2 + 6 \cdot 8.1 \cdot 21^2)} = 0.62 \cdot P$$

$$\tau_{mf} = 310.97 \text{ kgf / cm}^2$$

La tensión tangencial resultante será:

$$\tau_{res} = \sqrt{\tau_{ala}^2 + \tau_{mf}^2} = \sqrt{(0.56P)^2 + (0.62 \cdot P)^2} = \sqrt{0.6987 \cdot P^2} = 0.835 \cdot P$$

$$\tau_{res} = 417 \text{ kgf / cm}^2$$

Evidentemente en el ala está el punto más peligroso.

En la figura 3 se muestra esta unión procesada por el Método de los Elementos Finitos para la cual se obtiene un valor de la tensión equivalente de Von Mises igual a  $\sigma_{eq} = 877 \text{ kgf/cm}^2$ . Como se conoce de las Hipótesis de Resistencia la relación entre la tensión equivalente de Von Mises y la tensión tangencial máxima es  $\tau_{max} = \sigma_{eq} / \sqrt{3}$ , de donde la tensión tangencial máxima obtenida por el MEF será  $\tau_{max} = 509.8 \text{ Kgf/cm}^2$ , valor que está en adecuada correspondencia con el obtenido por el método propuesto. El hecho de que por el Método de los Elementos Finitos, la tensión tangencial máxima da un poco mayor se debe a que este método registra el efecto de la concentración de tensiones, que no fue contemplada en la expresión propuesta. El factor de concentración de tensiones según la literatura varía en el rango  $k_\tau = 1,0$  a  $3,0$ ; por lo que la diferencia se corresponde con ese rango.

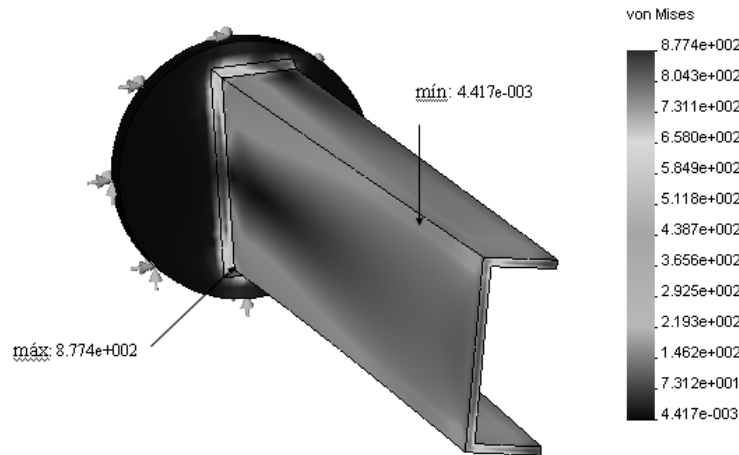


Fig. 3 Resultados de la modelación por el Método de Elementos Finitos de una sección canal sometida a flexión transversal.

**2.1 Cálculo de las tensiones en la sección de la garganta en uniones soldadas con costuras de filetes para los cuales el plano de carga no coincide con los ejes centroidales principales de inercia y por lo tanto están sometidos a flexión oblicua.**

Para ilustrar el método se analizará el caso de la unión soldada para un angular de alas iguales sometido a la acción de un momento  $M_f$  aplicado en el plano vertical que pasa por el centroide de la costura, tal como se muestra en la figura 4.

La unión soldada está sometida a flexión oblicua ya que el plano de carga no coincide con ninguno de los ejes centroidales principales de inercia. Los ejes centroidales principales de inercia en el caso del angular son el eje  $x'$  (eje de simetría) y el eje  $y'$  perpendicular al anterior. Esta condición de que el cordón de soldadura está sometido a flexión oblicua no es considerada por ninguno de los autores de la literatura consultada.

Las expresiones propuestas en el presente trabajo para el cálculo de las tensiones tangenciales en el plano de la garganta de los puntos 1 y 2 del cordón son las siguientes:

$$\tau_{máx1} = \left( \frac{Mx' \cdot y_1}{Ix'} + \frac{My' \cdot x_1}{Iy'} \right) \cdot \frac{1}{\cos 45^\circ}$$

$$\tau_{máx2} = \left( \frac{Mx' \cdot y_2}{Ix'} + \frac{My' \cdot x_2}{Iy'} \right) \cdot \frac{1}{\cos 45^\circ}$$

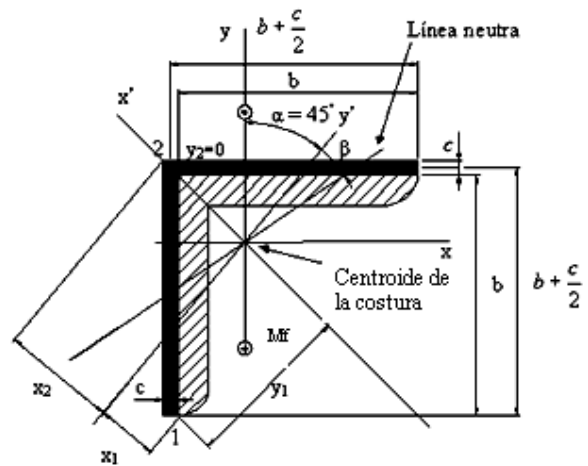


Fig. 4 Angular de alas iguales soldado con costuras de filete sometido a flexión oblicua.

Donde:

$Mx'$  y  $My'$  - son las componentes del momento aplicado  $M_f$  con relación a los ejes centroidales principales de inercia  $x'$  e  $y'$  respectivamente.

$Ix'$  y  $Iy'$  - los momentos de Inercia de la costura soldada con relación a los ejes  $x'$  e  $y'$  respectivamente.

$x_1, y_1, x_2, y_2$  - las coordenadas de los puntos 1 y 2 de la costura más alejados con relación a la línea neutra.

La ecuación de la línea neutra de acuerdo con la Teoría de la Flexión Oblicua es:

$$y = -x \cdot \frac{Ix'}{Iy'} \cdot \cot \alpha$$

La inclinación  $\beta$  de la línea neutra con relación a los ejes centroidales principales de inercia depende de la relación entre los momentos de inercia  $\frac{I_x'}{I_y'}$ , pero para cualquier inclinación  $\beta$  que tenga la línea neutra es evidente que los puntos de la costura más alejados son los puntos 1, 2 señalados en la figura 4.

Las coordenadas de estos puntos con relación a los ejes centroidales de inercia pueden ser halladas por los métodos de la Mecánica Teórica obteniéndose:

$$x_1 = \frac{\sqrt{2}}{8} \cdot (2 \cdot b + c), \quad y_1 = \frac{\sqrt{2} \cdot b}{2},$$

$$x_2 = \frac{\sqrt{2}}{8} \cdot (2 \cdot b - 3 \cdot c), \quad y_2 = 0,$$

Los momentos de inercia con relación a los ejes principales de inercia también pueden ser hallados obteniéndose:

$$I_{x'} = \frac{c \cdot (2 \cdot b + c)^3}{24} \quad \text{e} \quad I_{y'} = \frac{c \cdot (2 \cdot b + c)^3}{96}$$

Las componentes  $M_{x'}$  y  $M_{y'}$  del momento aplicado son:

$$M_{x'} = M_{y'} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot M_f$$

Sustituyendo para el punto 1 se obtiene:

$$\tau_{máx1} = \frac{6 \cdot M_f \cdot (18 \cdot b + c)}{\sqrt{2} \cdot c \cdot (2 \cdot b + c)^3}$$

y para el punto 2 se obtiene:

$$\tau_{máx2} = \frac{3 \cdot M_f \cdot (2 \cdot b - 3 \cdot c)}{c \cdot (2 \cdot b + c)^3}$$

Evidentemente la tensión tangencial máxima se producirá siempre para el punto:

$$\tau_{máx1} = \frac{6 \cdot M_f \cdot (18 \cdot b + c)}{\sqrt{2} \cdot c \cdot (2 \cdot b + c)^3}$$

Si se calcula este valor para una viga con las siguientes características:

$$M_f = 50\,000 \text{ Kgf-cm.} \quad b = 19 \text{ cm.} \quad c = 1 \text{ cm}$$

$$\tau_{máx1} = \frac{6 \cdot M_f \cdot (18 \cdot b + c)}{c \cdot (2 \cdot b + c)^3} = \frac{6 \cdot 50\,000 \cdot (18 \cdot 19 + 1)}{1 \cdot (2 \cdot 19 + 1)^3} = 1008 \text{ kgf/cm}^2$$

## 2.2 Análisis por la metodología propuesta por Hall.

Esta configuración es analizada por Hall, el cual propone las expresiones para calcular las tensiones, sin aplicar la Teoría de la Flexión Oblicua. La expresión general propuesta es:

$$\tau_{Mf} = \frac{M_f}{l}$$

Donde:

$$l = 0,707 \cdot c \cdot lu; \quad lu = \frac{d^2 \cdot (4 \cdot b \cdot d + d)}{6 \cdot (2 \cdot b + d)}$$

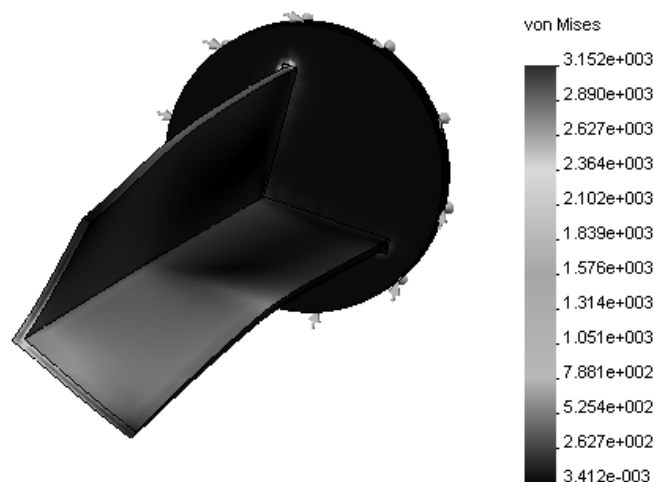


Fig. 5 Resultados de la modelación por el Método de Elementos Finitos de una sección angular de alas iguales sometida a flexión.

$$\tau_{Mf} = \frac{Mf}{0,707 \cdot c \cdot d^2 \cdot (4 \cdot b \cdot d + d)} = \frac{8,4853 \cdot Mf \cdot (2 \cdot b + d)}{c \cdot d^2 \cdot (4 \cdot b \cdot d + d)}$$

$$\tau_{Mf} = \frac{8,4853 \cdot 50\,000 \cdot (2 \cdot 19 + 19)}{1 \cdot 19^2 \cdot (4 \cdot 19 \cdot 19 + 19)} = \frac{24\,183\,105}{528\,143} = 45,7 \text{ kgf/cm}^2$$

Las tensiones calculadas considerando la tensión oblicua son 20 veces superiores a las calculadas por esta expresión.

Con el objetivo de validar el método propuesto esta sección también fue modelada por el Método de los Elementos Finitos obteniéndose valores de las tensiones que están acordes a los obtenidos analíticamente por el método propuesto si se contempla la concentración de tensiones, o sea,  $\tau_{\max} = 3\,152 \text{ Kg/cm}^2$ .

### 3. Conclusiones.

1- De la revisión de la bibliografía que aborda el cálculo de las uniones soldadas con costuras de filete se puede comprobar que los métodos y expresiones de cálculo empleados por los diferentes autores no contemplan la Teoría de la Flexión y la Torsión de los Perfiles de Paredes Delgadas, en el cálculo de las tensiones que surgen en la garganta de los cordones lo que conduce a imprecisiones y contradicciones importantes con relación a la Teoría General de la Mecánica de Materiales.

2- Aplicando la Teoría de la Flexión Transversal y la Teoría de la Flexión y Torsión en Perfiles de Paredes Delgadas se desarrolló el método y las expresiones para el cálculo de las uniones soldadas con costuras de filete de perfil asimétrico sometidas a flexión transversal cuando el plano de carga no pasa por el Centro de Flexión. Ninguno de los autores consultados considera en los cálculos el efecto de torsión que se genera en estas uniones debido a la no coincidencia del plano de carga con el Centro de Flexión por lo que el método utilizado y las expresiones obtenidas resultan novedosos en el cálculo de uniones soldadas con costuras de filete.

3- Aplicando la Teoría de la Flexión Oblicua se desarrolló el método y las expresiones para el cálculo de las tensiones tangenciales convencionales en la sección

de la garganta para el caso de una unión soldada con costuras de filete sometidas a flexión pura, en el cual el plano de carga no coincide con ninguno de los dos ejes centroidales principales de inercia de la sección. Esta condición de que el cordón esta sometido a flexión oblicua tampoco es considerada por ninguno de los autores consultados en la literatura revisada y constituye también un resultado novedoso del presente trabajo.

### 4. Bibliografía.

- 1- Birger I.A., Shorr B.F., Shneiderovich R.M. Cálculo de Resistencia de Piezas de Máquinas. Moscú: Editorial Mashinostroenie, 1966.-- 616 p.
- 2- Dobrovolski V. Elementos de Máquinas. Moscú: Editorial MIR, 1970.--692 p.
- 3- Faires V.M. Diseño de Elementos de Máquinas. México: Editorial UTEHA, 1985.-- 802 p.
- 4- Feodosiev V.I. Resistencia de Materiales. Moscú: Editorial MIR, 3ª Ed.1985.—583 p.
- 5- Hall A, Holowenko A, Laughlin H. Diseño de Máquinas. Madrid: Ed. Dossat, 1971. —344p.
- 6- Iusilievich G.V. Elementos de Máquinas. Moscú: Editorial Mashinostroenie, 1988.—388p
- 7- Ivanov, M. N. Elementos de Máquinas. Moscú: Editorial Vichaya Schkola, 1991.—386p.
- 8- Pisarenko G.S., Yakovlev A.P., Matveev V.K. Manual de Resistencia de Materiales. Moscú: Editorial MIR, 1989,-- 693 p.
- 9- Reshetov, D. Elementos de Máquinas. La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1985.—830p.
- 10- Schimpke P., Horn H.A., Ruge J. Tratado General de Soldadura. Proyecto y cálculo de construcciones soldadas. Ciudad de La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1980.—394 p.
- 11- Shigley, J. E.; Mitchell, L. D./ Diseño en Ingeniería Mecánica./ México: Editorial Mc Graw Hill, 1985. -- 915 p.
- 12- Shigley, J.E ; Mischkie, C., Diseño en Ingeniería Mecánica. México: Editorial Mc Graw Hill Interamericana. 2001.—943 p.
- 13- Wilson Ch. Computer Integred Machine Design.New Jersey: Prentice Hall, 1997.—646 p.

---

## Bending shear stresses calculation in welded joints with asymmetric welding fillets.

### Abstract.

In this paper is presented the bending shear stresses calculation in the throat area for asymmetric welded joints with fillet weldings, when the load plane does not go by the flexion center or it do not coincide with the mains inertia centroidal axes. The results obtained by the proposed expressions are compared with those obtained by the Finite Elements Method demonstrating by this way the validity of the same ones.

**Key words:** Bending, welded joints, fillet weldings.