# 後処理のある圧縮焼鈍し法を用いた 時間枠制約付き非対称巡回セールスマン問題の解法

○溝垣忠信[1)]，杉正夫[2)]，山本政[3)]，塩見雄佑[3)]，永井秀稔[3)]，太田順[1)]
1) 東京大学　2) 東京農工大学　3) 新日鉄ソリューションズ

## A Compressed Annealing Approach with Post-Process for the Asymmetric Traveling Salesman Problem with Time Windows

Tadanobu Mizogaki[1)], Masao Sugi[2)], Masashi Yamamoto[3)], Yusuke Shiomi[3)], Hidetoshi Nagai[3)], Ota Jun[1)]
1)University of Tokyo　2)Tokyo University of Agriculture and Technology　3)NS Solutions Corporations

**Abstract**— The asymmetric traveling salesman problem with time windows (ATSP-TW) is a problem of finding a minimum-cost path visiting a set of cities exactly once, where each city must be visited within a specific time window. The problem of reverse link cost is called asymmetric. We propose a modified compressed annealing approach which has a pre and post processes to get a suboptimal solution within practical computation time for the large size problem.

## 1. 序論

巡回セールスマン問題 (Traveling Salesman Problem,TSP) とは，ある都市を出発して，全ての都市をちょうど一度ずつ訪問するとき，その移動距離が最小となる都市の巡回順序を求める問題である．これは組合せ最適化問題の典型的な問題である [1].

巡回セールスマン問題をグラフ $G=(V,A)$ を用いて表すと，枝上のコスト $c_{ij}$ が与えられたとき，点集合 $V$ の全ての要素をちょうど一度ずつ経由する巡回路 (ハミルトン閉路) のうち，コストの合計を最小にするものを求める問題となる．$A$ は点同士を結ぶ枝の集合である．数式で表現すると，$\rho$を $V=\{1,2,\ldots,n\}$ から $V$ 上への 1 対 1 の写像として

$$\sum_{i=1}^{n-1} c_{\rho(i)\rho(i+1)} + c_{\rho(n)\rho(1)} \tag{1}$$

を最小にするような $\rho$ を見つける問題だと表現できる．また，経路が巡回せず最後に出発地点に戻らない場合 (目的関数に $c_{\rho(n)\rho(1)}$ の項を持たない場合) を走り抜け型 (Acyclic) の問題と呼ぶ.

2 点 $i$，$j$ 間のコストが行きも帰りも同じ ($c_{ij}=c_{ji}$ を満たす) 問題を，対称巡回セールスマン問題と呼ぶ．また，対称性が成り立たない問題を非対称巡回セールスマン問題 (Asymmetric TSP,ATSP) と呼ぶ.

巡回セールスマン問題の特別な場合として時間枠を持つ問題がある．これは各都市に時間枠 $[r_i,d_i]$ が設けられており，セールスマンは各都市を時間枠を守りながら巡回するという問題である．ここで $r_i$ は都市 $i$ の公開日 (最早到着可能時刻)，$d_i$ は都市 $i$ の締切日 (最遅到着可能時刻) である．時間を考慮するときは各枝にコストの他に移動時間が設けられる．コストをそのまま移動時間とみなすことも多い.

時間枠を考慮した走り抜け型の非対称巡回セールスマン問題の具体例としては製鉄所における納期を持つスラブの圧延順序決め問題がある．この解法を実務で応用するためには，ある程度サイズの大きな問題を実用的な時間で解くことが必要になる.

本研究では時間枠を考慮した走り抜け型の非対称巡回セールスマン問題を扱う．都市数が 300 個程度の大規模な問題に対して準最適解を 5 分以内の計算時間で求めることを目指す．本稿では関連研究の中でも比較的良い結果を出している圧縮焼きなまし法 [2] を改良した方法で，この問題にアプローチすることを考える.

## 2. 問題の設定

時間枠を考慮した走り抜け型の非対称巡回セールスマン問題は，ある制約条件のもと，次の目的関数を最小化する最適化問題として記述できる.

$$\text{目的}\quad \min \sum_{i=1}^{n-1} c_{\rho(i)\rho(i+1)} \tag{2}$$

$$\text{条件}\quad V=\{1,2,\ldots,n\} \tag{3}$$

$$\rho : V \to V \tag{4}$$

$$r_{\rho(i)} \le a_{\rho(i)} \le d_{\rho(i)} \ (\forall i \in V) \tag{5}$$

ここで $a_{\rho(i)}$ は都市 $i$ の到着時刻であり以下の漸化式により計算される.

$$a_{\rho(i)} = \begin{cases} a_{\rho(i-1)} + t_{\rho(i-1)\rho(i)} \\ \qquad (a_{\rho(i-1)} + t_{\rho(i-1)\rho(i)} \ge r_{\rho(i)}) \\ r_{\rho(i)} \\ \qquad (a_{\rho(i-1)} + t_{\rho(i-1)\rho(i)} \le r_{\rho(i)}) \end{cases} \tag{6}$$

$t_{\rho(i-1)\rho(i)}$ は都市 $\rho(i-1)$ から都市 $\rho(i)$ への移動時間である．ただし，都市 $\rho(i)$ の公開日より前に到着した場合は公開日になるまで待ち時間が発生するものとする．また都市 $\rho(i)$ への到着時刻が締切日を過ぎるツアーは実行不能解となる.

## 3. 提案手法

時間枠を考慮した非対称巡回セールスマン問題の解は $n$ 個の都市の順列で与えられる．よって論理的には全ての場合を数え尽くし，その中で最も値の良いものを選べば最適解を見つけることができる．しかし，$n$ 個ある都市の順列の総数は $n!$ 通り存在するため，全ての場合を数え上げることは困難である．よって，どれだけ効率的に解を探索し，有望な解を求めるかが問題を解く上で重要なことになる．

### 3·1 アプローチ

本研究では都市のサイズが大きな問題について準最適な解を実用的な時間で求めたいという目的の設定から，最適性の保証はないが，ある程度精度の高い解を実用的な時間で求めることができる発見的解法の枠組み (メタヒューリスティクス) を用いる．

また，時間枠制約についてはペナルティ関数として目的関数に足す形で間接的に扱うものとし，時間枠制約を満たさない実行不能解が存在する領域の探索を許しながら，探索を進める．

Fig.1 に提案手法のアウトラインを示す．Fig.1 の中枠で囲ってある (2) の部分が Ohlmann[2] による圧縮焼きなまし法である．Ohlmann の方法でも十分に良い解を実用的な時間で求められるが，提案手法では前処理 ((1) の部分) と後処理 ((3) の部分) を加えることで，圧縮焼きなまし法によって得られる解を改善し計算時間を短縮する．

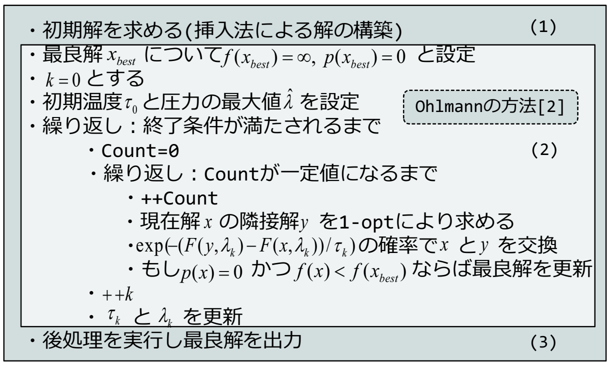


**Fig.**1 アウトライン

### 3·2 解法の詳細

時間枠制約をペナルティ関数で緩和した拡大目的関数を以下のように設定する．

$$F(\rho,\lambda_k)=\sum_{i=1}^{n-1}c_{\rho(i)\rho(i+1)}+\lambda_k\sum_{i=1}^{n}\max[0,a_i-d_i] \quad (7)$$

第 2 項目がペナルティ項であり，時間枠制約を違反すると違反量に応じてペナルティが目的関数に課される．$\lambda_k$ はペナルティ係数のことで，探索の進行とともに増大する値である．$k$ はこの係数の更新数である．また $f(\rho)=\sum c_{\rho(i)\rho(i+1)}$，$p(\rho)=\sum\max[0,a_{\rho(i)}-d_{\rho(i)}]$ と置く．以下，上の拡大目的関数を最小化することを考える．

圧縮焼きなまし法とは訪問順序を変える近傍操作を暫定解に施し，式 (7) で表される拡大目的関数の値が改善されれば更新し，改善されなくてもある確率で更新する方法である．本問題では，都市の順序を大きく変えない近傍が適当であるため，あるノードを引き抜き別の場所へ挿入する 1-opt 法で近傍を定義する．

また，前処理として文献 [2] ではランダムであった初期解を Greedy な挿入法により構築する (Fig.1(1))．すなわち，次に示す $g(i)(i=2,..,r)$ の値が最も小さくなる場所に新たなノード $r+1$ を挿入し初期解を構築する．

$$g(i)=D_i+\eta\sum_{j=1}^{r+1}\max[0,a_{\rho(j)}-d_{\rho(j)}] \quad (8)$$

$$D_i=c_{\rho(i-1),r+1}+c_{r+1,\rho(i)}-c_{\rho(i-1),\rho(i)} \quad (9)$$

また後処理として，それまでで得られた解の一部の区間を取り出して整列を行い，その区間を前から後ろに向かって移動させていくことを行う (Fig.1(3))．区間内の都市数はそれほど大きい数ではないので計算に多く時間はかからない．

## 4. 計算結果および考察

時間枠を考慮した (非対称) 巡回セールスマン問題に関するベンチマーク問題を上記の方法を用いて解き，文献 [2] の方法と比較した．全ての問題について実用的な時間で準最適な解を出すことができた．

前処理である初期解を Greedy な挿入法を用いて構築することにより，実行可能解がわずかに早く求まるようになった．ただし，初期解構築を効果的に活かすためには式 (7) の初期ペナルティ係数 $\lambda_0$ をある程度高く設定する必要があることが分かった．また，式 (8) のパラメータ $\eta$ の値が大きくなるほどさらに少しだけ実行可能解が早く求まるようになることが分かった．

また後処理を用いた解の改善では，文献 [2] と比べて最適値との差を多くの問題について縮め，最適解が分かっていない問題については，従来における最良値を更新することができた．

実行可能解を少しだけ早く求めたい場合は初期解による前処理が有効であり，最終的に得られる最良値を多少計算に時間をかけても良くしたい場合は後処理による方法が有効である．

## 5. 結論

時間枠を考慮した非対称巡回セールスマン問題における (準) 最適な巡回路を求めるために，圧縮焼きなまし法 [2] に前処理と後処理を加えた方法でアプローチした．全ての問題について準最適な解を実用的な時間で出した．前処理を行うことで，時間枠制約を満たす実行可能解をわずかに早く求められるようになり，後処理によって解の質を改善することができるようになった．

### 参考文献

[1] 山本芳嗣，久保幹雄，“巡回セールスマン問題への招待，” 朝倉書店，1997.

[2] J.W.Ohlmann, B.W.Thomas, “A compressed annealing approach to the travelling salesman problem with time windows,” INFORMS Journal on Computing, 19, 1, 80-90, 2007.